VEKTÖRLER

Kütle, yoğunluk, elektrik yükü gibi fiziksel büyüklükler bir sayı ve birim ile ifade edilebilir. Ancak pek çok başka büyüklük için sayı ve birim yeterli değildir. Bu büyüklüklerin yönleri de önemlidir.

Vektörler hem sayısal hem de yön özelliklerine sahip fiziksel nicelikleri tanımlamakta kullanılır.

Vektörlerin Bazı Özellikleri

- Vektör notasyonu:

  $\vec{A}$ *veya* $\boldsymbol{A}$

  $\vec{A}$ nın büyüklüğü = $A = \left|\vec{A}\right|$

- Eğer iki vektörün yönleri aynı ise bu iki vektör ***paralleldir***
- Eğer iki vektörün hem yönü hem de büyüklükleri aynı ise bu iki vektör ***eşittir***
- A vektörünün ***negatifi*** bu vektör ile aynı büyüklüğe sahiptir, fakat yönü terstir

Vektörlerle matemetiksel işlemler

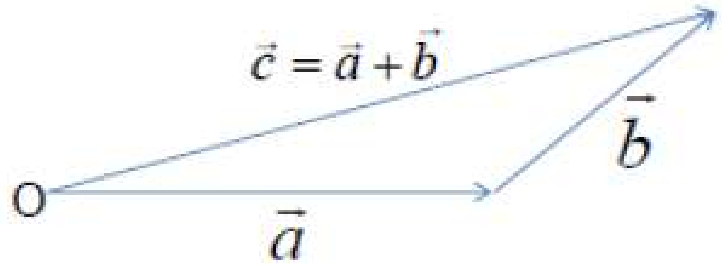
- Toplama $\vec{R} + \vec{W}$
- Çıkarma $\vec{R} - \vec{W}$
- Vektörün büyüklüğünü bulma $|\vec{R}|$
- Birim vektörü bulma $\hat{r}$
- Bir vektörün skalerle çarpılması veya bölünmesi

  $3\vec{a}$ veya $\vec{b}/2$
- Bir vektörün değişim oranını bulma $\dfrac{\Delta\vec{a}}{\Delta t}$
- Vektörlerde çarpma (Skaler ve vektörel)

Vektörlerde toplama ve çıkarma işlemi

- Uç uca ekeleme metodu
- Paralelkenara tamamlama metodu
- Bileşenlerine ayırma metodu
- Bileşke vektör bulmada sinüs ve cosinüs teoremleri

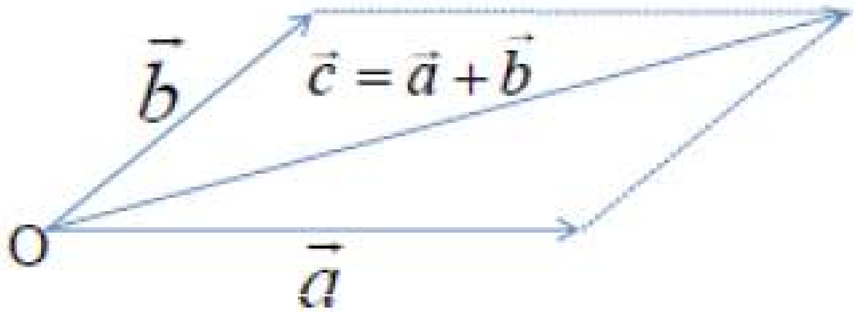
•Uç uca ekeleme metodu



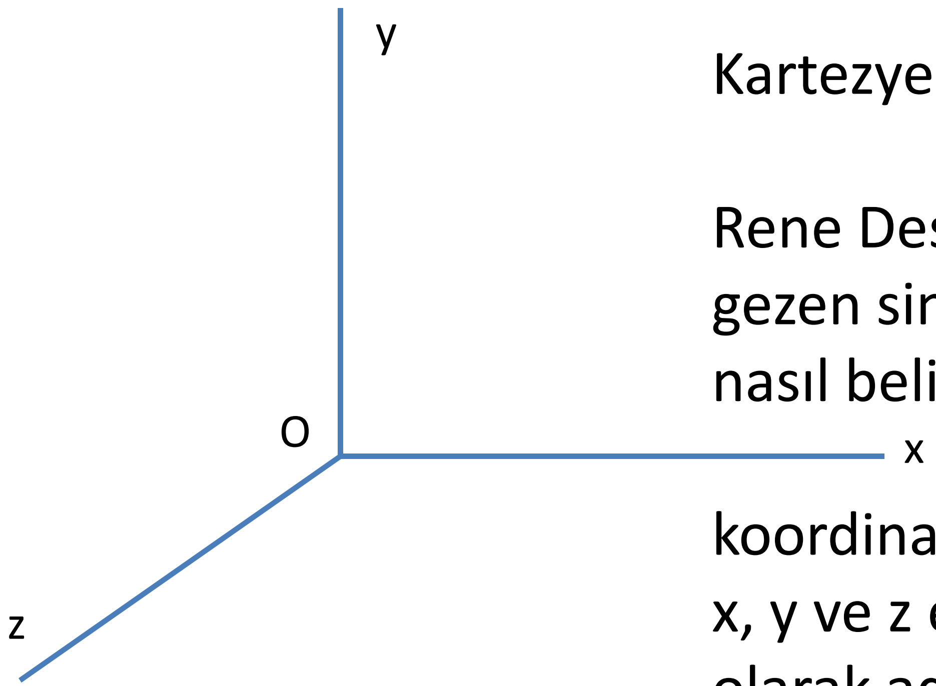
a vektörünün bittiği yereden itibaren b vektörü doğrultusu, yönü ve büyüklüğü değiştirilmeden eklenir. a vektörün başlangıcından b vektörü eklendikten sonra ulaşılan noktaya çizilen vektör iki vektörün toplamını verir.

Söz konusu işlem çıkarma işlemi ise yani a vektöründen b vektörü çıkarılacak ise be vektörünün zıt yönlüsü, büyüklüğü değiştirilmeden a vektörünün ucuna eklenir.

•Paralelkenara tamamlama metodu



a ve b vektörlerine paralel vektörler çizilerek bir paralelkenar oluşturulur ve vektörlerin birleşme noktasından oluşan yeni köşeye çizilen vektör toplam ya da bileşke vektör olur. Çıkarma işleminde hangi vektör çıkarılıyorsa onun zıt yönlüsü alınarak işleme devam edilir.



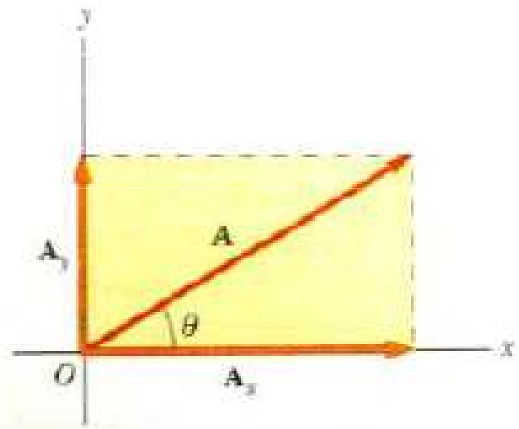
Kartezyen koordinat sistemi

Rene Descartes ,söylentiye göre tavanda gezen sineğin farklı noktalardaki yerini nasıl belirlerim sorusuna cevap ararken kartezyen koordinat sistemini keşfetmiştir.
x, y ve z eksenleri birbirine diktir. Orjin olarak adlandırılan referans noktasına göre herhangi bir noktanın yeri ifade edilebilir.

Farklı koordinat sistemleri vardır. Kutupsal, silindirik ve küresel koordinat sistemi gibi.

Bir Vektörün Bileşenleri

- Bir vektör yön, büyüklük veya x- ve y- bileşenleri (koordinat sistemi üzerinde izdüşümü) verilerek ifade edilebilir.



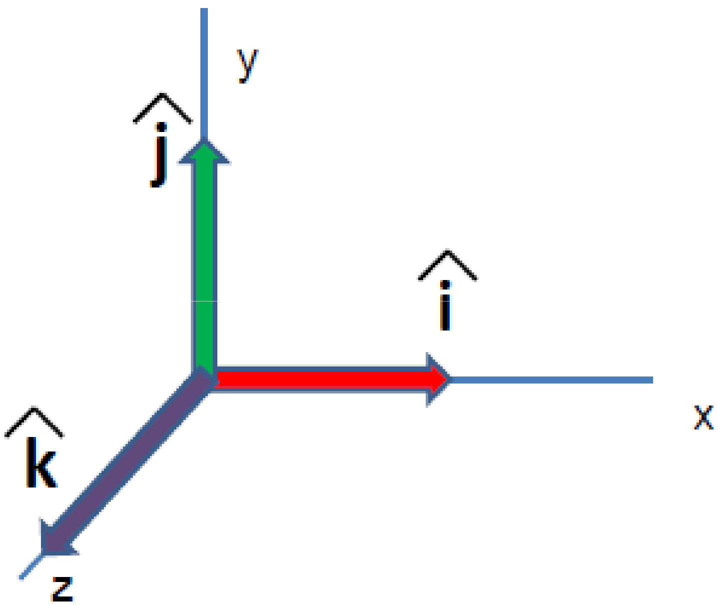
$$A_x = A\,Cos\theta$$

$$A_y = A\,Sin\theta$$

$$A = \sqrt{A_x^2 + A_y^2}$$

$$\theta = \tan^{-1}\left(\frac{A_y}{A_x}\right)$$

Birim vektörler



Bir vektörün doğrultusunu belirtmenin bir diğer yolu birim vektörlerle ifade etmektir. Birim vektör büyüklüğü 1 kabul edilen ve belli bir doğrultuyu gösteren vektördür. Şekilde x, y ve z kartezyen koordinatlarına ait i, j ve k birim vektörleri gösterilmiştir. Birim vektörler üzerlerinde şapka işaretiyle gösterilirler.

• Bileşenlerine ayırma metodu

$\vec{A} = 3\hat{x} + 5\hat{y} - 2\hat{z}$

$\vec{B} = 10\hat{x} - 4\hat{y} + 6\hat{z}$

Her bir bileşen kendi arasında toplanır veya çıkarılır.

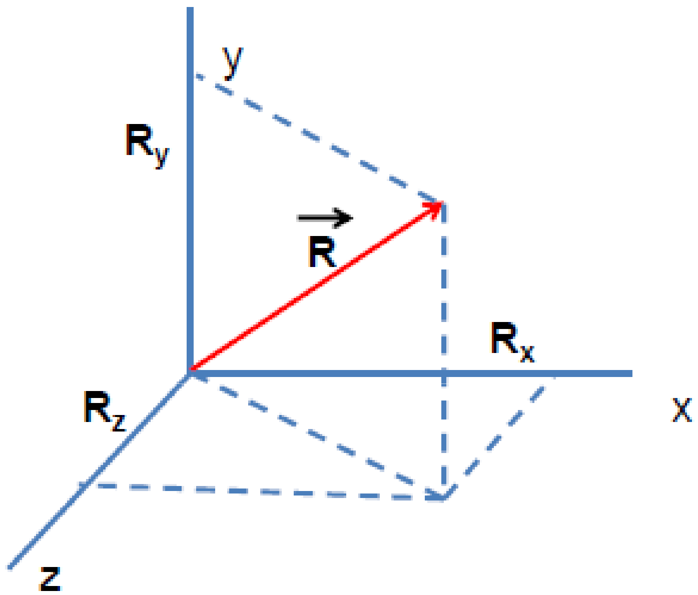
$$\vec{A} + \vec{B} = \vec{C} = 13\hat{x} + \hat{y} + 4\hat{z}$$

$$\vec{A} + \vec{B} = \vec{B} + \vec{A}$$ Toplamada yer değiştirme

$$\vec{A} - \vec{B} \neq \vec{B} - \vec{A}$$ Çıkarmada yer değiştirme

$$\overline{(\vec{A} + \vec{B})} - \vec{C} = \vec{A} + (\vec{B} - \vec{C})$$ Birleşme

Bir Vektörün Büyüklüğü



$$|\vec{R}| = \sqrt{(R_x^2 + R_y^2 + R_z^2)}$$

Bir vektörün büyüklüğü daima pozitif bir sayıdır ve skalerdir
Ancak vektörün bileşenleri pozitif, negatif
veya sıfır olabilir.

SORU 2:

Bir araba önce doğuya 50 km, sonra kuzeye 30 km ve daha sonra hareket doğrultusuna göre 30^0 açıyla Kuzey doğuya 25 km sürülüyor. Vektör diyagramını çizerek toplam yerdeğiştirmesini belirleyiniz.

SORU 3:

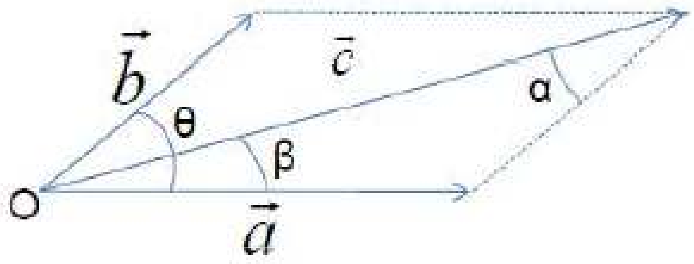
$$\vec{A} = (2i + 2j)m \; ve \; \vec{B} = (2i - 4j)m$$

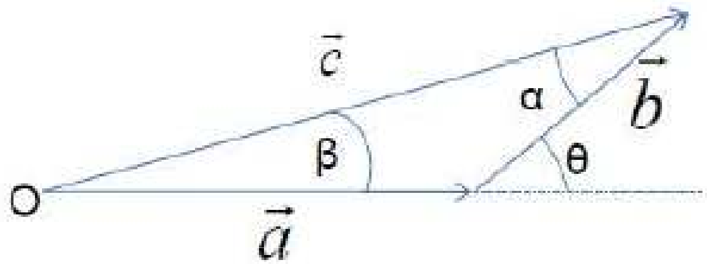
olarak verilen yer değiştirme vektörlerinin toplamının büyüklüğü ve doğrultusu nedir?

SORU 4:

Bir golf oyuncusu birinci vuruşta topu 4 m kuzeye,
ikinci vuruşta 2 m güneydoğuya ve
üçüncü vuruşta ise 1 m güneybatıya atiyor.
Birinci vuruşta topu deliğe
sokabilmesi için gereken yerdeğiştirme vektörünün
büyüklüğü ve doğrultusu nedir?

• Bileşke vektör bulmada cosinüs ve sinüs teoremleri





Kosinüs teoremi: $c^2 = a^2 + b^2 + 2ab\cos\theta$

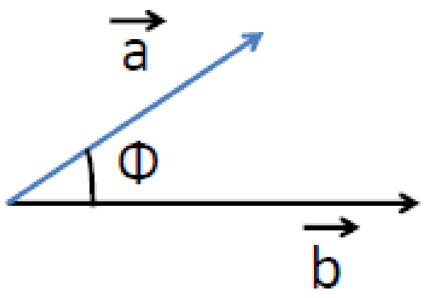
Sinüs teoremi: $\dfrac{\sin\theta}{c} = \dfrac{\sin\alpha}{a} = \dfrac{\sin\beta}{b}$

a, b ve **θ** verilirse, yukarıdaki iki formülden c ve **α** (veya **β**) hesaplanır.

Skaler Çarpım

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = a\, b \cos\Phi$$

bu ifadedenin sağ tarafındaki a ve b, vektörlerin büyüklükleri ve Φ açısı da vektörler arasındaki açıdır. Eşitliğin sağ tarafının tamemen skaler olduğuna dikkat ediniz. Bu çarpım aynı zamanda nokta çarpım olarak da adlandırılır.



a cos Φ, a vektörünün b vektörü doğrultusundaki bileşenini verir.

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = \vec{b} \cdot \vec{a}$$

Skaler çarpım işleminde yer değiştirme kuralı geçerlidir.

Örnek :

$\vec{a} = 3\hat{i} - 4\hat{j}$ ve $\vec{b} = -2\hat{i} + 3\hat{k}$ vektörleri arasındaki açıyı hesaplayınız.

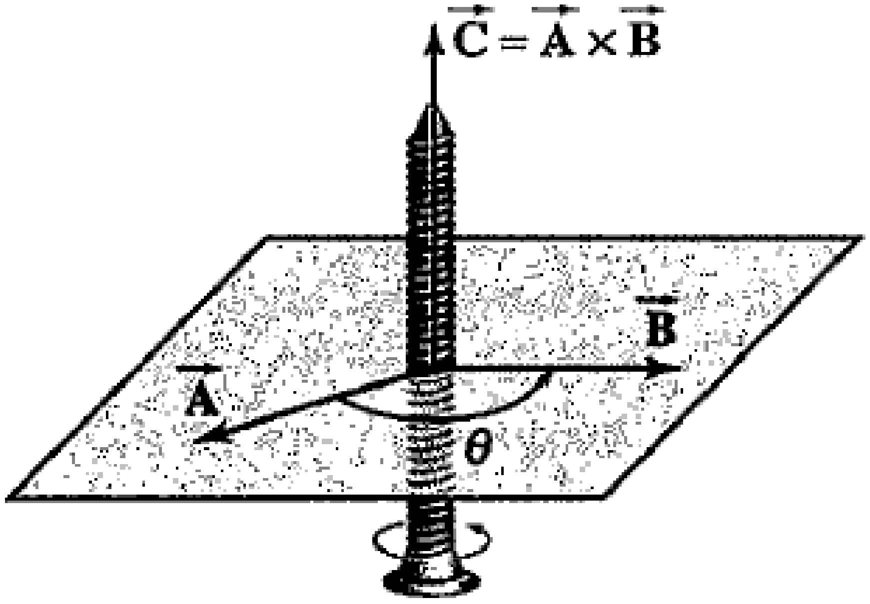
Vektörel Çarpım

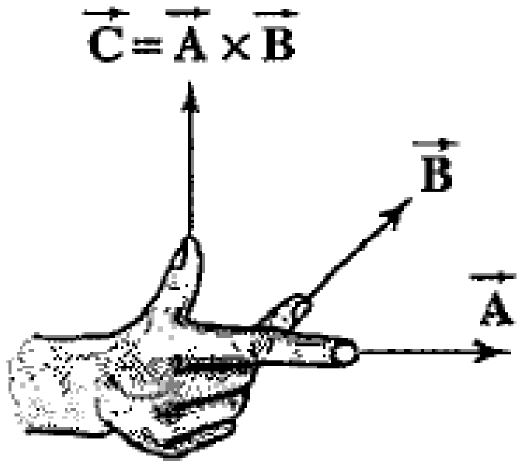
$\vec{a} \times \vec{b}$ vektörel çarpımı büyüklüğü a b sin Φ olan yeni bir vektör verir.

Eğer a ve b vektörleri paralel veya antiparalel ise vektörel çarpımları sıfır olur.

Vektörler arasındaki açı 90^0 ise vektörel çarpımın sonucunun büyüklüğü maksimum olur.

Vektörel çarpım sonucu bulunan yeni vektörün doğrultusu çarpılan vektörlerin oluşturduğu düzleme diktir.





Örnek:
Skaler çarpım bölümünde örnekte verilen vektörlerin vektörel çarpımının sonucu nedir?

Çözüm: