ZAMANLA DEĞİŞEN ALANDA HAREKETLİ BİR DEVRE

Lorentz Kuvveti $\vec{F} = q(\vec{E} + \vec{u} \times \vec{B}).$

Elektrik ve manyetik alanın var olduğu bölgede u hızı ile hareket eden q yüklü parçacığa etki eden elektromanyetik kuvvet

q yüküyle hareket eden bir gözlemciye göre kuvvet, E′ gibi bir elektrik alandan kaynaklanıyor gibidir

$$\vec{E'} = \vec{E} + \vec{u} \times \vec{B},$$

Faraday Yasası nın genel biçimi olarak

$$\oint_C \vec{E'} \cdot \vec{d\ell} = -\int_S \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \cdot \vec{ds} + \oint_C (\vec{u} \times \vec{B}) \cdot \vec{d\ell}$$ yazılabilir.

$$\oint_C \vec{E}' \cdot d\vec{\ell} = -\int_S \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \cdot d\vec{s} + \oint_C (\vec{u} \times \vec{B}) \cdot d\vec{\ell}$$ ifadesini nasıl yazdık?

Maxwell denkelemleri diferansiyel ve integral formda olmak üzere farklı biçimde ifade edilebilir.

Differential Form	Integral Form
$\vec{\nabla} \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$	$\oint_C \vec{E} \cdot d\vec{\ell} = -\frac{d\Phi}{dt}$
$\vec{\nabla} \times \vec{H} = \vec{J} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}$	$\oint_C \vec{H} \cdot d\vec{\ell} = I + \int_S \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \cdot d\vec{s}$
$\nabla \cdot \vec{D} = \rho_v$	$\oint_S \vec{D} \cdot d\vec{s} = Q$
$\nabla \cdot \vec{B} = 0$	$\oint_S \vec{B} \cdot d\vec{s} = 0$

$$\underbrace{\vec{\nabla} \times \vec{\mathbf{E}}}_{\text{rotasyon işlemi}} = -\frac{\partial \vec{\mathbf{B}}}{\partial t}$$

Maxwell Denklemi olarak Faraday Yasası

Maxwell denklemlerini intagral bicimlerinin elde edilmesinde Stokes ve Diverjans Teoremlerinden yararlanilir.

Stokes Teoremi aşağıdaki gibi ifade edilir, bir $\vec{F}$ vektörüne ait yüzey integrali ile çizgi integrali arasındaki ilişkiyi ortaya koyar

$$\int_s (\vec{\nabla} \times \vec{\mathbf{F}}) \cdot \overrightarrow{ds} = \oint_c \vec{\mathbf{F}} \cdot \overrightarrow{d\ell}$$

Diverjans teoremi ise bir $\vec{F}$ vektörüne ait hacim ve yüzey İntegralleri arasındaki ilişkiyi ortaya koyar ve

$$\int_v \vec{\nabla} \cdot \vec{\mathbf{F}}\, dv = \oint_s \vec{\mathbf{F}} \cdot \overrightarrow{ds}$$

biçiminde ifade edilir.

$$\vec{\nabla} \times \vec{\mathbf{E}} = -\frac{\partial \vec{\mathbf{B}}}{\partial t}$$

$$\int_s (\vec{\nabla} \times \vec{\mathbf{F}}) \cdot \vec{ds} = \oint_c \vec{\mathbf{F}} \cdot \vec{d\ell}$$

$$\int_s \vec{\nabla} x \vec{E} \, d\vec{s} = \int_s -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} d\vec{s}$$

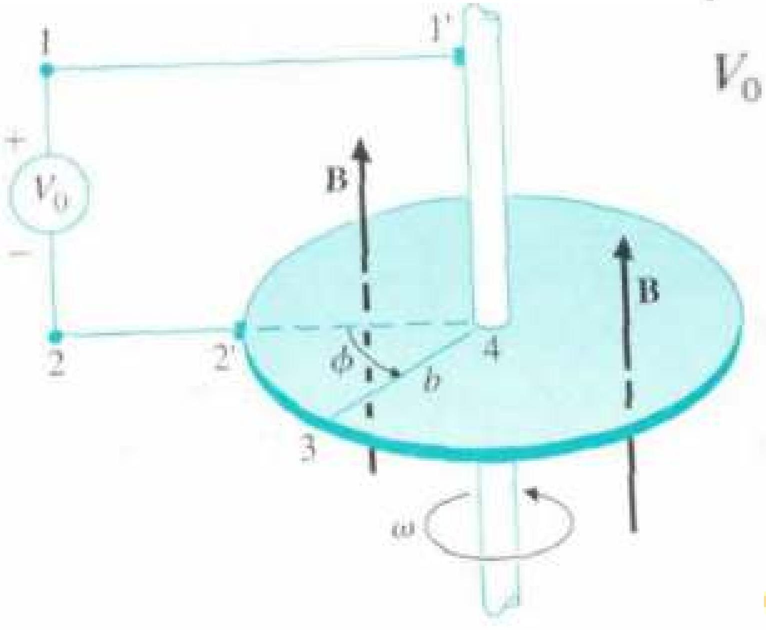
$$\oint_c \vec{E} . d\vec{l} = \int -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} d\vec{s}$$

$$\oint_c \vec{\mathbf{E}} \cdot \vec{d\ell} = -\frac{d}{dt} \int_s \vec{\mathbf{B}} \cdot \vec{ds} \qquad \Phi = \int_s \vec{\mathbf{B}} \cdot \vec{ds}$$

$$\oint_C \vec{\mathbf{E}} \cdot d\vec{\ell} = -\frac{d\Phi}{dt}$$

$$\oint_C \vec{E'} \cdot \vec{d\ell} = -\int_S \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \cdot \vec{ds} + \oint_C (\vec{u} \times \vec{B}) \cdot \vec{d\ell}$$

Bu ifadede soldaki çizgi integrali, hareketli referans çerçevesinde indüklenen emk yı, Sağdaki ilk terim manyetik alanın zamanla değişiminden kaynaklanan emk yı, İkinci terim de devrenin manyetik alan içinde hareket etmesinden kaynaklanan emk yı göstermektedir. Örnek 6.3 de emk yı



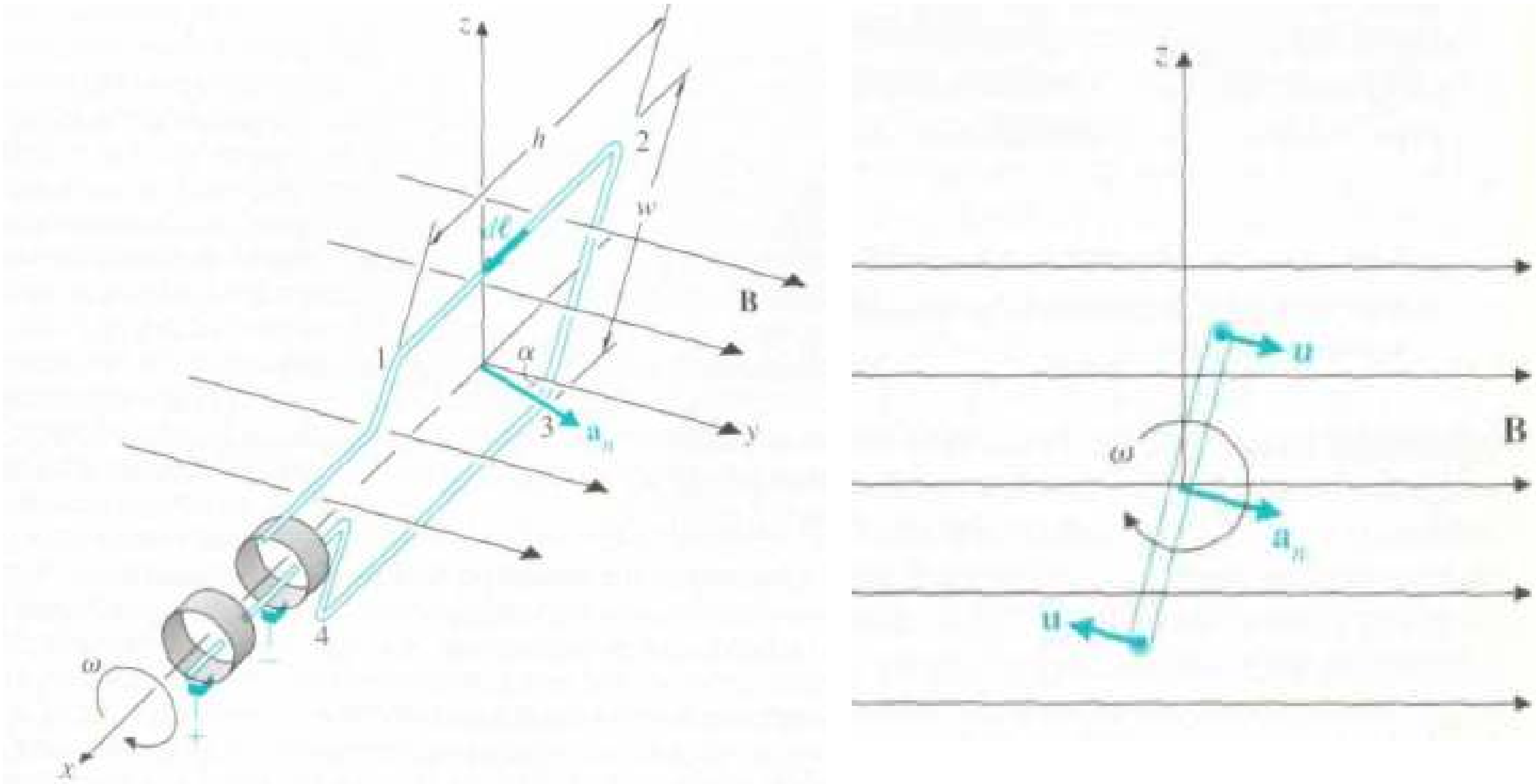
$$V_0 = \oint (\mathbf{u} \times \mathbf{B}) \cdot d\ell = -\frac{\omega B_0 b^2}{2}$$

ifadesiyle bulmuştuk

$$e' = \oint_c \vec{E'} . d\vec{l} = \int_s -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} d\vec{s} = -\frac{d\Phi}{dt}$$

$$e' = -\frac{d\Phi}{dt}$$ ifadesiyle de bulunamaz mı?

SORU: (Örnek 6-5)



HATIRLATMA: Bir vektörün rotasyoneli nasıl bulunur?

$$\vec{\mathbf{F}} = F_x\vec{\mathbf{a}}_x + F_y\vec{\mathbf{a}}_y + F_z\vec{\mathbf{a}}_z$$

$$\vec{\nabla} \times \vec{\mathbf{F}} = \begin{vmatrix} \vec{\mathbf{a}}_x & \vec{\mathbf{a}}_y & \vec{\mathbf{a}}_z \\ \dfrac{\partial}{\partial x} & \dfrac{\partial}{\partial y} & \dfrac{\partial}{\partial z} \\ F_x & F_y & F_z \end{vmatrix}$$

Kartezyen koordinatlarda rotasyonelin bulunması

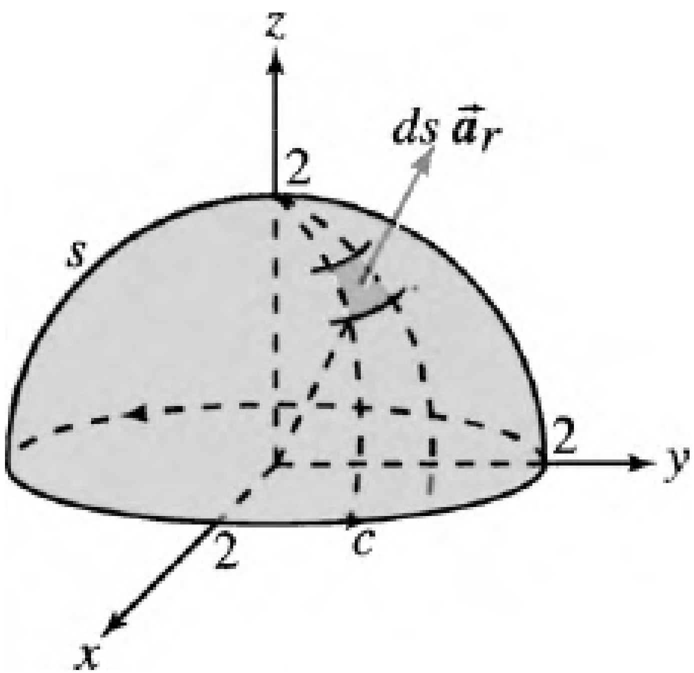
ÖRNEK: $\vec{\mathbf{F}} = (2z+5)\vec{\mathbf{a}}_x + (3x-2)\vec{\mathbf{a}}_y + (4x-1)\vec{\mathbf{a}}_z$ vektörünün rotasyonelini bulunuz.

$$\vec{\nabla} \times \vec{\mathbf{F}} = \begin{vmatrix} \vec{\mathbf{a}}_x & \vec{\mathbf{a}}_y & \vec{\mathbf{a}}_z \\ \dfrac{\partial}{\partial x} & \dfrac{\partial}{\partial y} & \dfrac{\partial}{\partial z} \\ 2z+5 & 3x-2 & 4x-1 \end{vmatrix} = -2\vec{\mathbf{a}}_y + 3\vec{\mathbf{a}}_z$$

SORU: Verilen $\vec{\mathbf{F}} = (2z+5)\vec{\mathbf{a}}_x + (3x-2)\vec{\mathbf{a}}_y + (4x-1)\vec{\mathbf{a}}_z$

vektörü için $x^2 + y^2 + z^2 = 4$ ve $z \geq 0$ yarım

küresi üzerinden Stokes Teoreminin doğruluğunu gösteriniz.



hatırlatma : kartezyen koordinatlardan
küresel koordinatlara dönüşüm matrisi

$$\begin{bmatrix} \vec{\mathbf{a}}_r \\ \vec{\mathbf{a}}_\theta \\ \vec{\mathbf{a}}_\phi \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sin\theta\cos\phi & \sin\theta\sin\phi & \cos\theta \\ \cos\theta\cos\phi & \cos\theta\sin\phi & -\sin\theta \\ -\sin\phi & \cos\phi & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \vec{\mathbf{a}}_x \\ \vec{\mathbf{a}}_y \\ \vec{\mathbf{a}}_z \end{bmatrix}$$

hatırlatma: küresel koordinatlarda hacim elemanı ve hacme ait yüzeyler