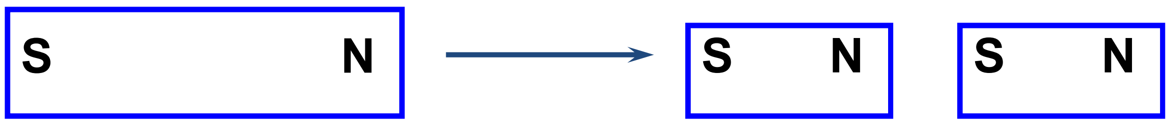
2-MANYETIK ALANLAR İÇİN GAUSS YASASI

Elektrik yükleri yani pozitif ve negatif yükler birbirlerinden ayrı ve izole halde düşünülebilirler. Bu durum,
Kuzey ve güney manyetik kutuplar için de söz konusu olabilir mi? Bir mıknatısı ortadan iki bölersek N ve S biri sadece N kutbuna diğeri sadece S kutbuna sahip iki mıknatıs mı elde ederiz?



Manyetik alanlar için Gauss yasası manyetik tek kutbun olmadığını anlatır.
Elektrik alanlar için olduğu gibi yine integral ve diverjans formda ifade edilebilir.

manyetik akı yoğunluğu

$$\oint_A \vec{B}.d\vec{A} = 0 \qquad \vec{\nabla}.\vec{\mathrm{B}} = 0$$

kapalı bir yüzeyden geçen toplam manyetik akı sıfırdır.

Manyetik Alan :
Elektrik alan küçük bir deneme yüküne etki eden kuvvet olarak tanımlanmıştı.
Manyetik alan ise hareket eden bir yüklü parçacığa etki eden kuvvet kullanılarak tanımlanabilir.

$$\vec{F}_B = q\,\vec{v} \times \vec{B}$$

ifadesi manyetik alan için Lorentz kuvveti dir. Burada q yükü, v yüklü parçacığın hızını, B de manyetik alanı gösterir. Hız ve manyetik alan vektörleri arasınaki vektörel çarpımın açılımı kullanılırsa

$$|\vec{B}| = \frac{|\vec{F}_B|}{q|\vec{v}|\sin(\theta)}$$

manyetik alanın büyüklüğü yazılmış olur

Manyetik alanın birimi nedir?
N / C (m/s) = V s / m^2 = N / A m = kg / C s = Tesla

$$|\vec{B}| = \frac{|\vec{F}_B|}{q|\vec{v}|\sin(\theta)} \qquad \vec{E} = \frac{\overrightarrow{F_e}}{q}$$

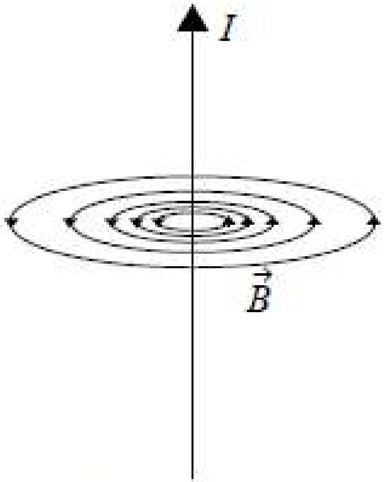
•Elektrik ve manyetik alanlar elektriksel ve manyetik kuvvetle doğru orantılıdır. Ancak Elektrik alan vektörü elektriksel kuvvete paralel ya da anti paralel olurken, manyetik alan manyetik kuvvete diktir.

•Manyetik alan yükün büyüklüğü yanında hızına da bağlıdır.

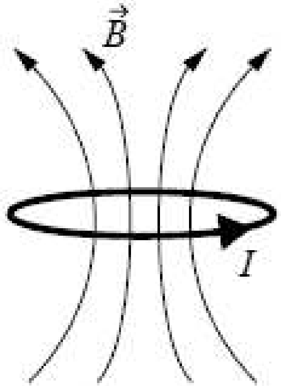
•Manyetik kuvvet hıza dik olduğu için yani kuvvet ve hareket doğrultusu aynı yönde olmadığı için manyetik kuvvetin yaptığı iş sıfırdır.

•Elektrostatik alanlar elektrik yükleri tarafından oluşturulurken manyetostatik alanlar elektrik akımları tarafından oluşturulur.

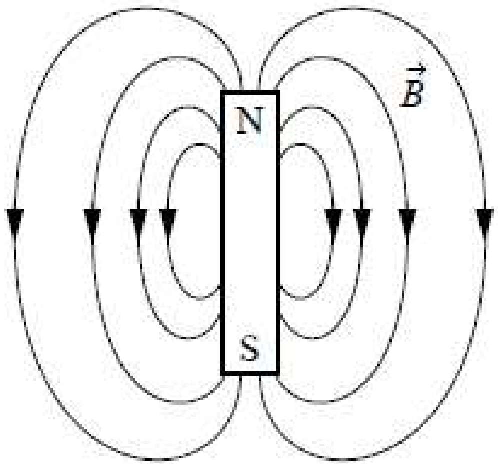
Manyetik alan Çizgileri



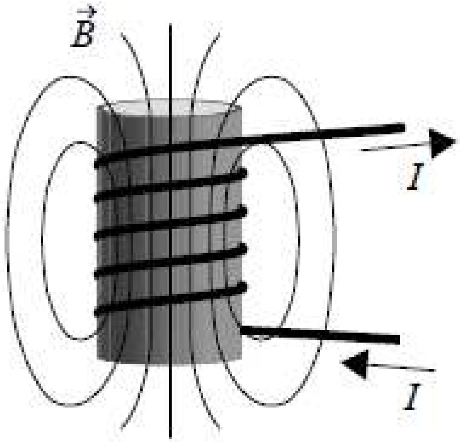
Current-carrying straight wire



Current loop

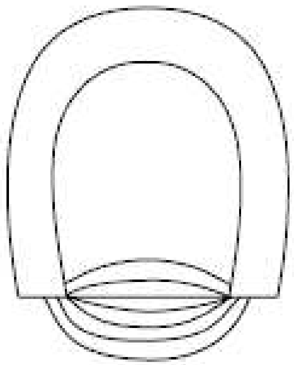


Bar magnet



Solenoid

Torus



Horseshoe magnet

manyetik alan çizgilerinin özellikleri
•kapalı döngü oluşturular
•Kuzey kutuptan (N) çıkarak Güney (S) kutupta sonlanırlar.
•Herhangi bir noktadaki manyetik alan, o noktadaki tüm manyetik alan vektörlerinin toplamıdır.
•Manyetik alan çizgileri kesişmez. Kesişme noktasında toplam alınarak tek bir manyetik alan vektörü belirlenir.

Bazı basit nesnelerin manyetik alanları

I akımı taşıyan sonsuz düzügn telin r uzaklıktaki manyetik alanı

$$\vec{B} = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}\hat{\varphi}$$

I akımı taşıyan düzügn telin üzerindeki dl parçasının r uzaklıktaki manyetik alanı

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{I\,d\vec{l}\times\hat{r}}{r^2}$$

I akımı taşıyan R yarıçaplı dairesel halkanın manyetik alanı (halka yz düzleminde)

$$\vec{B} = \frac{\mu_0 I R^2}{2(x^2+R^2)^{3/2}}\hat{x}$$

I akımı geçen N sarımlı Selenoidin manyetik alanı

$$\vec{B} = \frac{\mu_0 N I}{l}\hat{x}$$

I akımı geçen N sarımlı r yarıçaplı toroidin manyetik alanı

$$\vec{B} = \frac{\mu_0 N I}{2\pi r}\hat{\varphi}$$

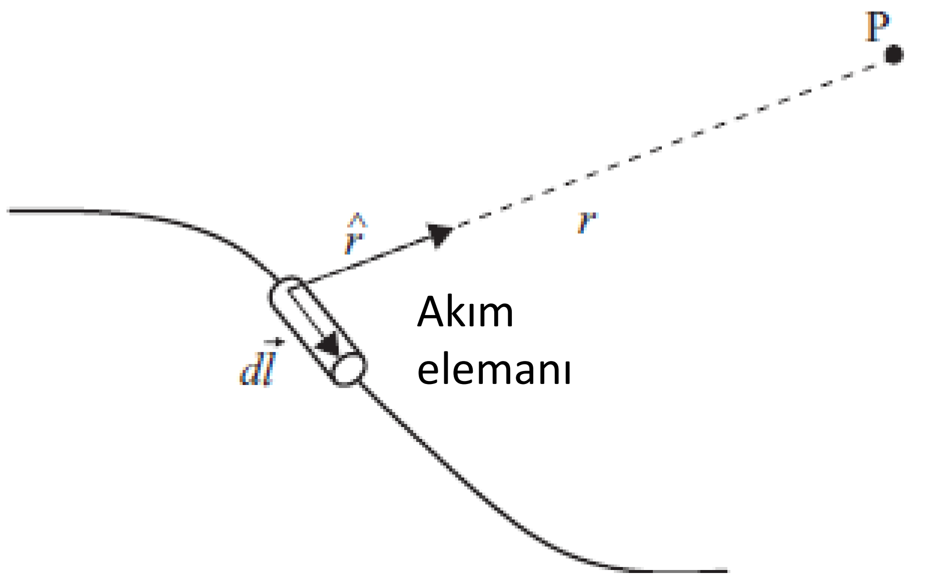
Biot-Savart Yasasi

Biot-Savart kanunu sonsuz küçük bir akım elemanın oluşturduğu manyetik alanı verir.

$$d\vec{\mathbf{B}} = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{I\, d\vec{\mathbf{s}} \times \hat{\mathbf{r}}}{r^2}$$

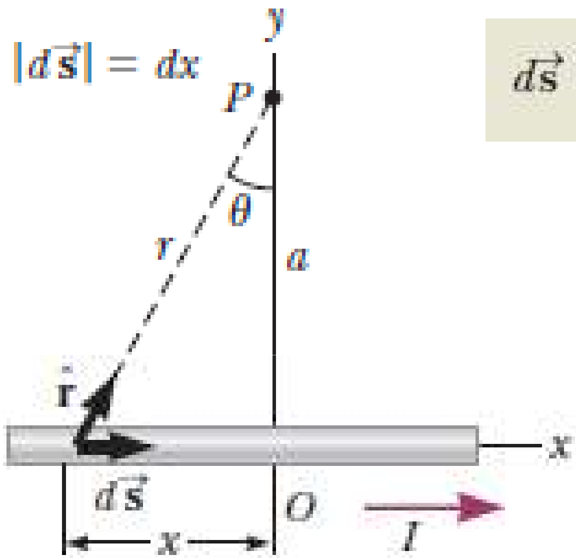
Tüm yük dağılımının oluşturduğu alan

$$\vec{\mathbf{B}} = \frac{\mu_0 I}{4\pi}\int \frac{d\vec{\mathbf{s}} \times \hat{\mathbf{r}}}{r^2}$$



$$\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7}\,\mathrm{T \cdot m/A}$$

Örnek: X ekseni boyunca yerleştirilmiş sabit I akımı taşıyan ince düzgün bir telin şekildeki P noktasında oluşturacağı manyetik alanın büyüklüğünü ve doğrultusunu bulunuz.



$$d\vec{s} \times \hat{r} = |d\vec{s} \times \hat{r}|\hat{k} = \left[dx \sin\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right)\right]\hat{k} = (dx\cos\theta)\hat{k}$$

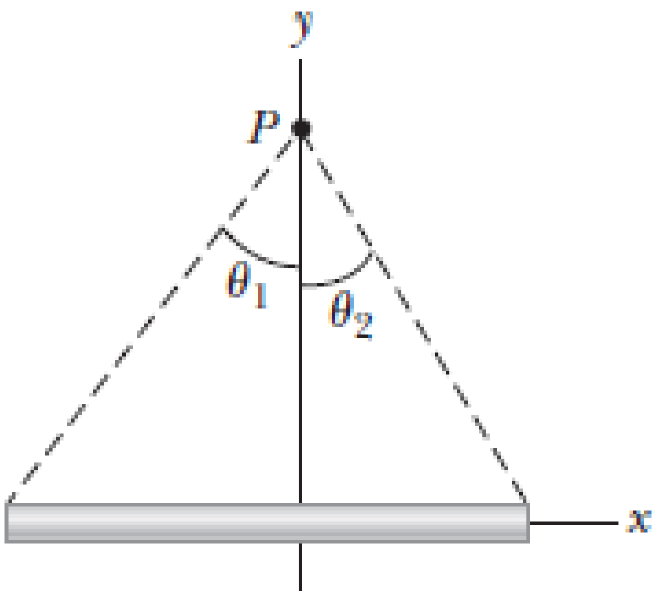
$$d\vec{B} = (dB)\hat{k} = \frac{\mu_0 I}{4\pi}\frac{dx\cos\theta}{r^2}\hat{k}$$

$$r = \frac{a}{\cos\theta}$$

$$x = -a\tan\theta$$

$$dx = -a\sec^2\theta\, d\theta = -\frac{a\, d\theta}{\cos^2\theta}$$

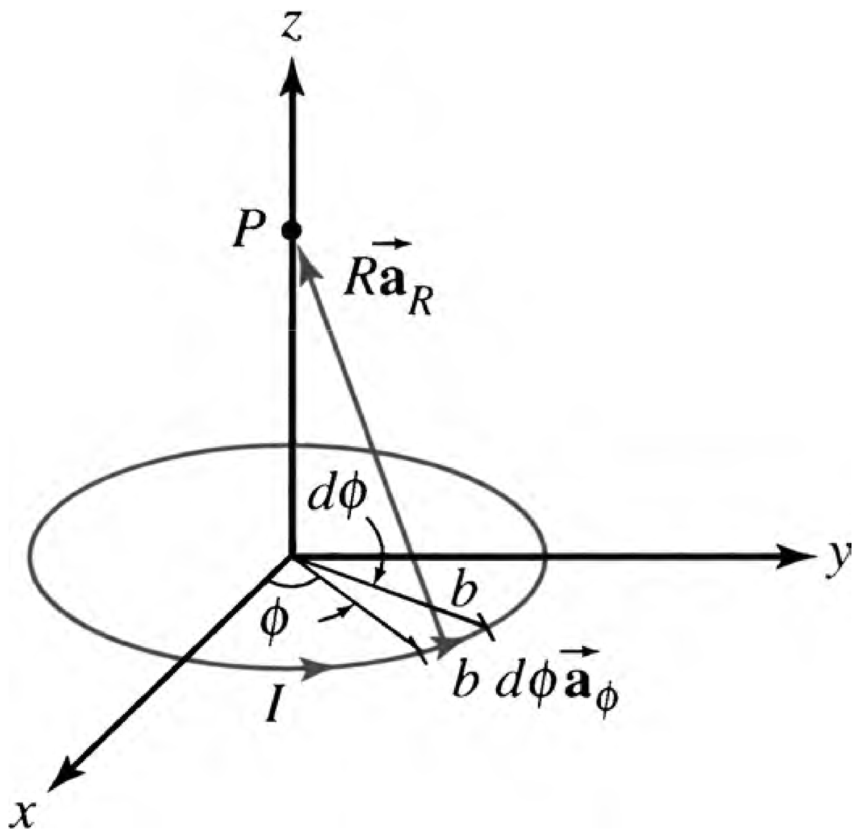
$$dB = -\frac{\mu_0 I}{4\pi}\left(\frac{a\, d\theta}{\cos^2\theta}\right)\left(\frac{\cos^2\theta}{a^2}\right)\cos\theta = -\frac{\mu_0 I}{4\pi a}\cos\theta\, d\theta$$



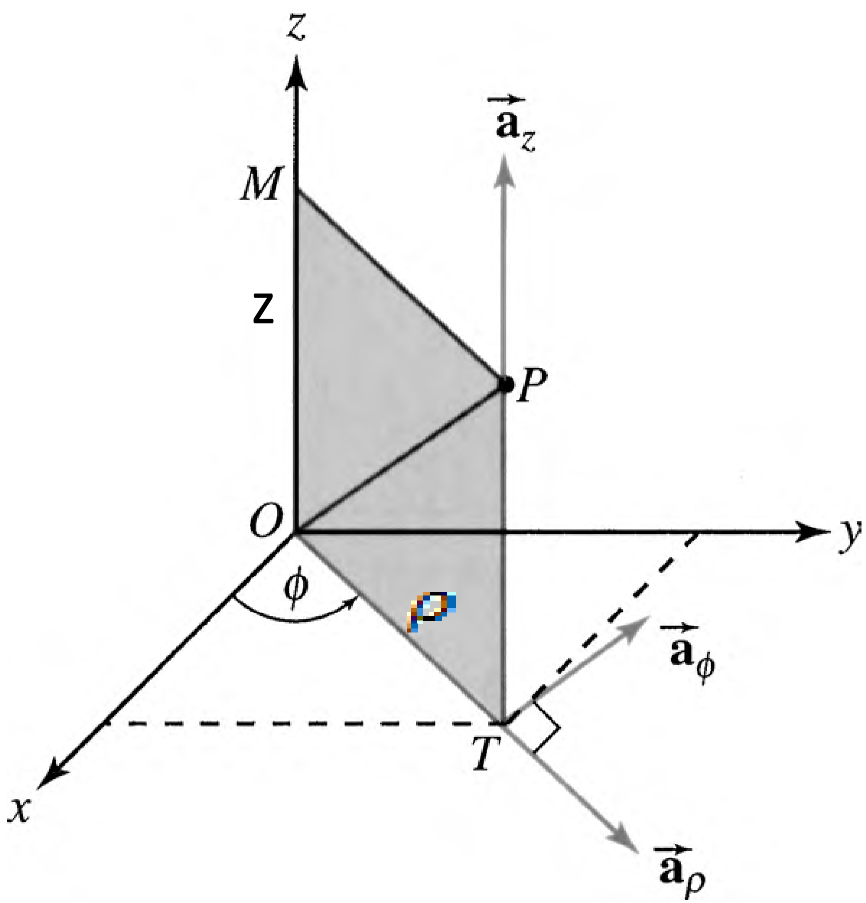
$$B = -\frac{\mu_0 I}{4\pi a}\int_{\theta_1}^{\theta_2} \cos\theta \, d\theta = \boxed{\frac{\mu_0 I}{4\pi a}(\sin\theta_1 - \sin\theta_2)}$$

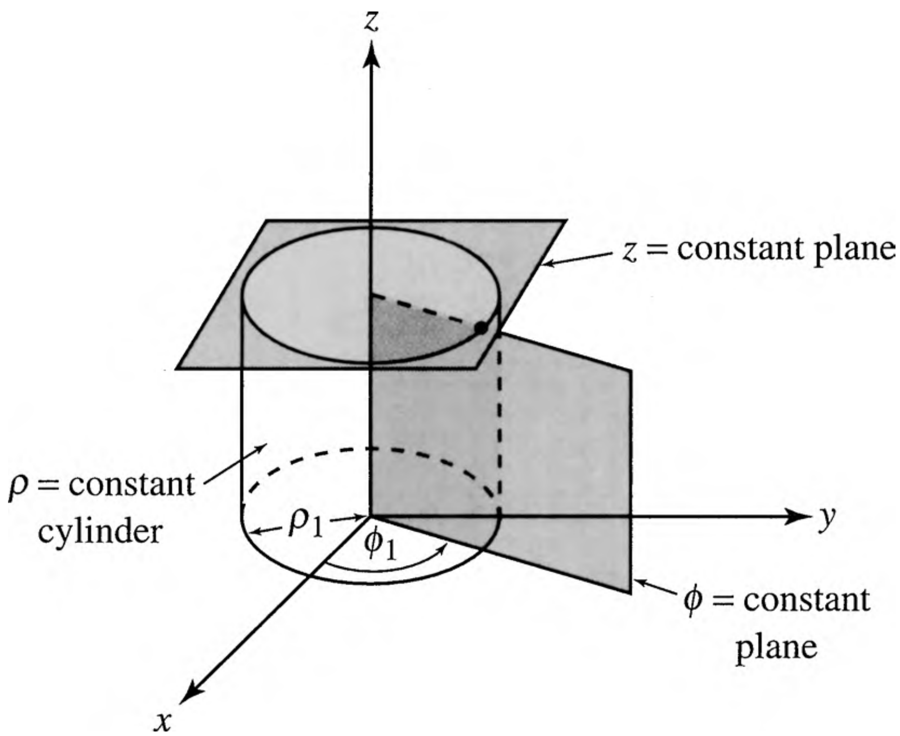
ÖDEV: 2 A akım taşıyan uzun ince iletkenden 25 cm uzaklıktaki manyetik alan büyüklüğünü bulunuz.

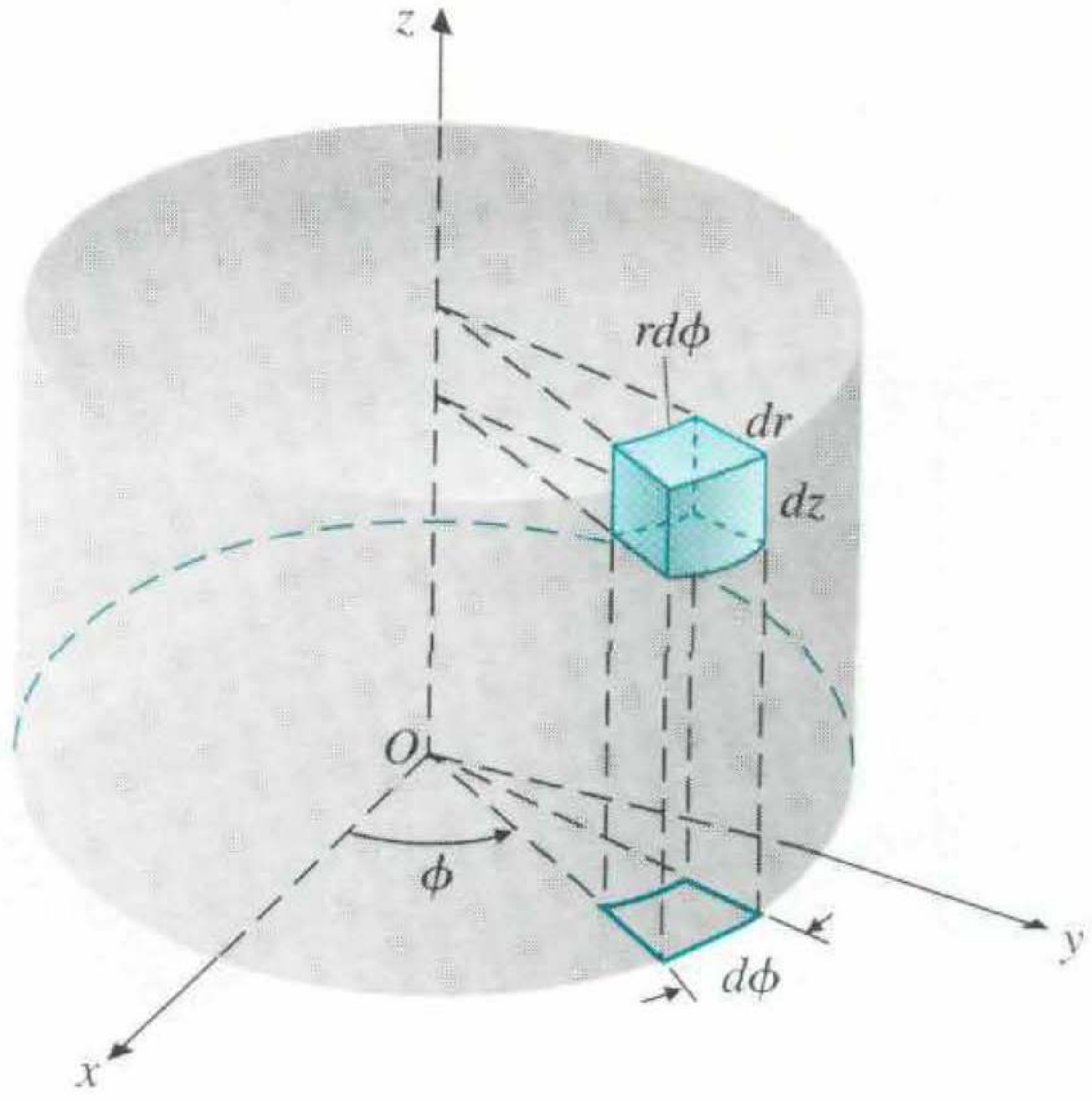
Örnek: I akimi taşıyan xy düzlemindeki b yarıçaplı halkanın, pozitif z ekseni üzerindeki bir noktadaki manyetik akı yoğunluğu ifadesini bulunuz



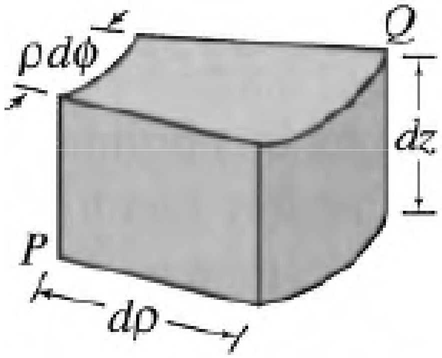
Silindirik koordinat sistemi



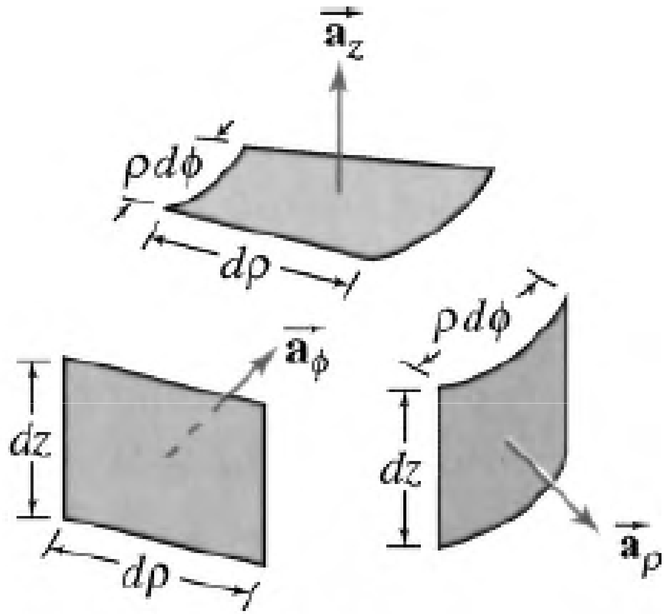



z
$rd\phi$
dr
dz
O
ϕ
y
$d\phi$
x

Silindirik koordinat sisteminde yüzey ve hacim Diferansiyel elemanları



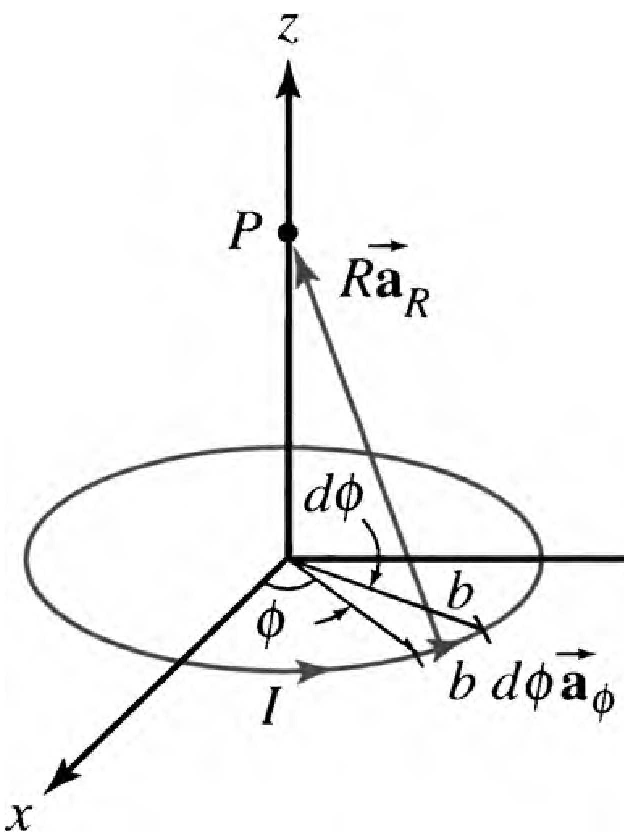
$$dv = \rho\, d\rho\, d\phi\, dz$$



$$\overrightarrow{ds}_\rho = \rho\, d\phi\, dz\, \vec{a}_\rho$$

$$\overrightarrow{ds}_\phi = d\rho\, dz\, \vec{a}_\phi$$

$$\overrightarrow{ds}_z = \rho\, d\rho\, d\phi\, \vec{a}_z$$



$$\overrightarrow{d\ell} = b\,d\phi\vec{\mathbf{a}}_\phi$$

$$\vec{\mathbf{R}} = -b\vec{\mathbf{a}}_\rho + z\vec{\mathbf{a}}_z$$

$$\overrightarrow{d\mathbf{B}} = \frac{\mu_0 I\,\overrightarrow{d\ell} \times \vec{\mathbf{R}}}{4\pi R^3}$$

$$\overrightarrow{d\ell} \times \vec{R} = (b^2\vec{\mathbf{a}}_z + bz\vec{\mathbf{a}}_\rho)\,d\phi$$

$$\vec{\mathbf{B}} = \frac{\mu_0}{4\pi}\int_c \frac{I\,\overrightarrow{d\ell} \times \vec{\mathbf{R}}}{R^3}$$

$$\vec{\mathbf{B}} = \frac{\mu_0}{4\pi}\int_c \frac{I\vec{d\ell} \times \vec{\mathbf{R}}}{R^3}$$

$$\vec{\mathbf{B}} = \frac{\mu_0 I b^2}{4\pi}\int_0^{2\pi} \frac{\vec{\mathbf{a}}_z\, d\phi}{(b^2+z^2)^{3/2}} + \frac{\mu_0 I b z}{4\pi}\int_0^{2\pi} \frac{\vec{\mathbf{a}}_\rho\, d\phi}{(b^2+z^2)^{3/2}}$$

$$= \frac{\mu_0 I b^2}{2(b^2+z^2)^{3/2}}\vec{\mathbf{a}}_z$$

Halkanın merkezindeki manyetik akı yoğunluğu

$$\vec{\mathbf{B}} = \frac{\mu_0 I}{2b}\vec{\mathbf{a}}_z$$

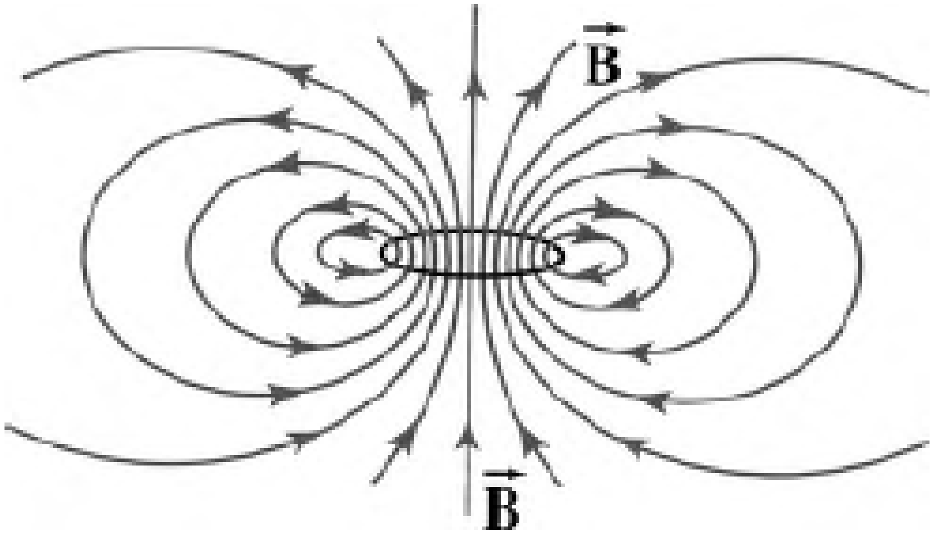
Halkandan çok uzaktaki bir nokta için

$$(b^2 + z^2)^{3/2} \approx z^3$$

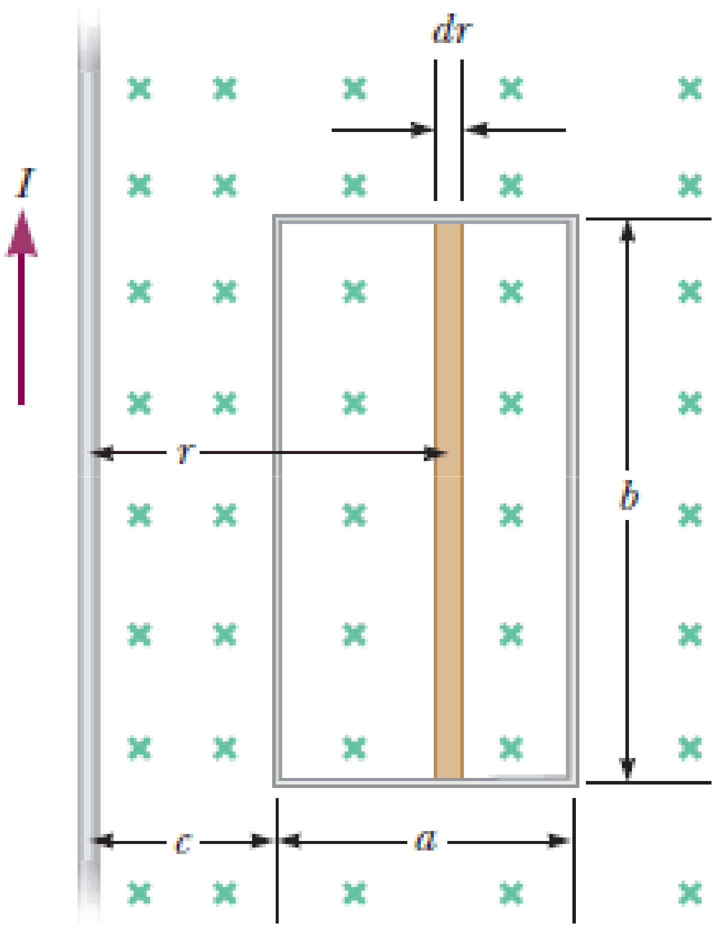
$$\vec{\mathbf{B}} = \frac{\mu_0 I b^2}{2(b^2 + z^2)^{3/2}} \vec{\mathbf{a}}_z$$

$$\vec{\mathbf{B}} = \frac{\mu_0 I b^2}{2z^3} \vec{\mathbf{a}}_z$$

Akım taşıyan halkanın manyetik alan çizgileri



Örnek: Dikdörtgen ilmekten geçen manyetik akı



$$\Phi_B = \int \vec{\mathbf{B}} \cdot d\vec{\mathbf{A}} = \int B\, dA$$

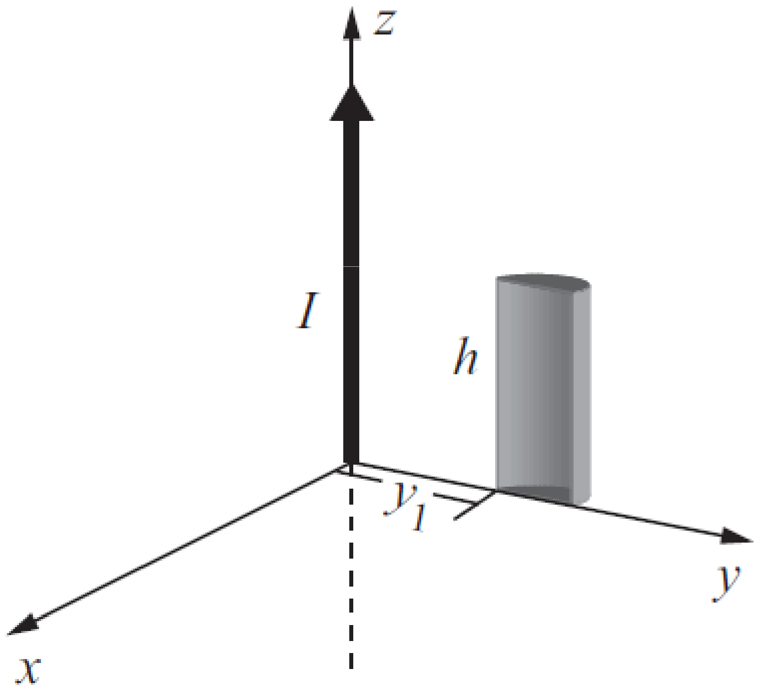
$$= \int \frac{\mu_0 I}{2\pi r}\, dA$$

$$\Phi_B = \int \frac{\mu_0 I}{2\pi r}\, b\, dr$$

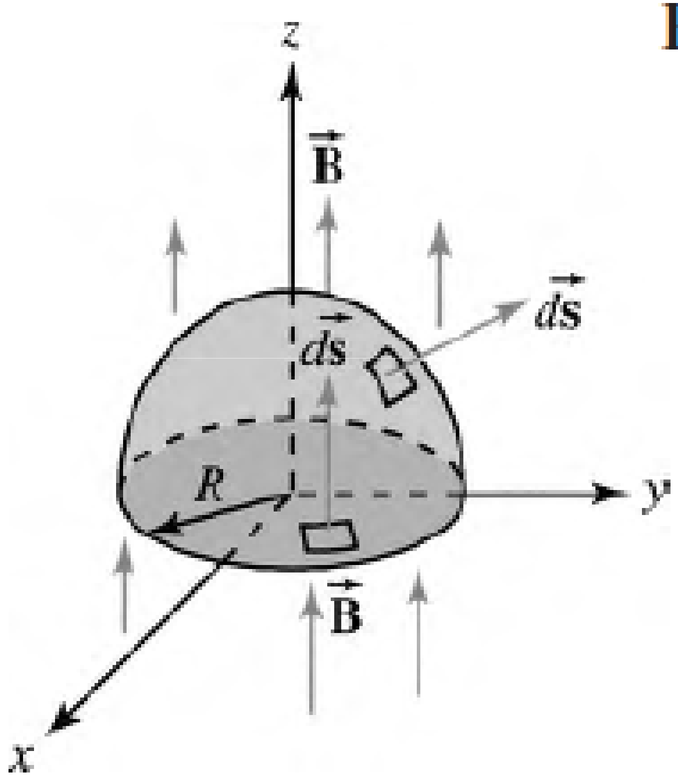
$$\Phi_B = \frac{\mu_0 I b}{2\pi} \int_c^{a+c} \frac{dr}{r} = \frac{\mu_0 I b}{2\pi} \ln r \Big|_c^{a+c}$$

$$= \frac{\mu_0 I b}{2\pi} \ln\left(\frac{a+c}{c}\right) = \frac{\mu_0 I b}{2\pi} \ln\left(1 + \frac{a}{c}\right)$$

ÖDEV: Önceki örnekteki gibi I akımı taşıyan düzgün iletkenin Yakınındaki yarım silindirin eğri yüzeyinden geçen manyetik Akı nedir?



Örnek: Merkezi orjin olan R yarıçaplı şekildeki gibi z = 0 düzlemince sınırlanmış yarım küreden geçen manyetik akıyı hesaplayınız.



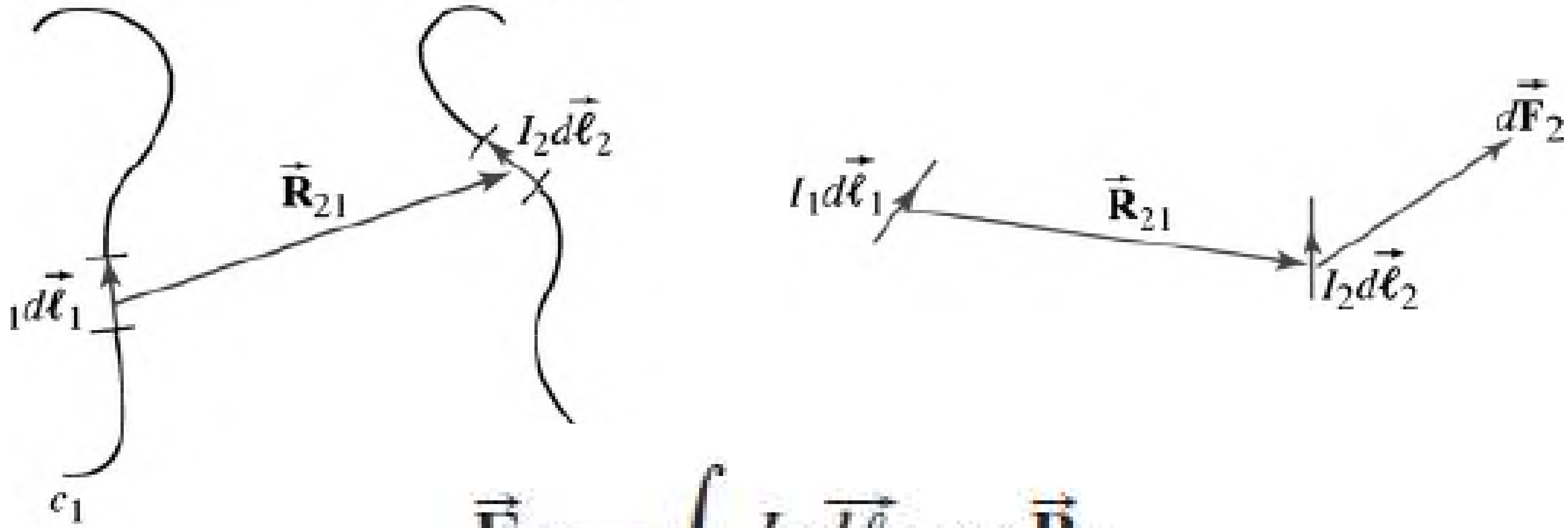
$$\vec{\mathbf{B}} = B\vec{\mathbf{a}}_z$$

$$\Phi = \int_s \vec{\mathbf{B}} \cdot \overrightarrow{d\mathbf{s}}$$

$$= \int_0^R \int_0^{2\pi} B\rho \, d\rho \, d\phi = \pi R^2 B$$

Ampere Kuvvet Yasası

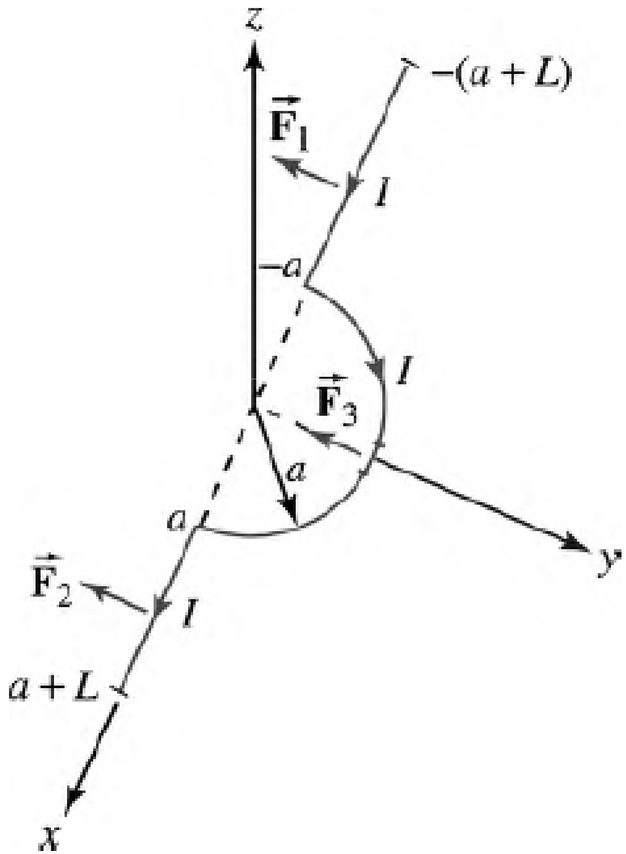
Akım taşıyan iki iletken birbirlerine kuvvet uygular



$$\vec{F}_2 = \int_{c_2} I_2 d\vec{\ell}_2 \times \vec{B}_1$$

Biot Savart Yasası $\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \int_c \frac{I d\vec{\ell} \times \vec{R}}{R^3}$

Örnek: I akimi taşıyan xy düzlemindeki şekildeki gibi kıvrılmış tel $\vec{\mathbf{B}} = B\vec{\mathbf{a}}_z$ manyetik alanı içinde bulunuyorsa tele etki eden kuvveti bulunuz.

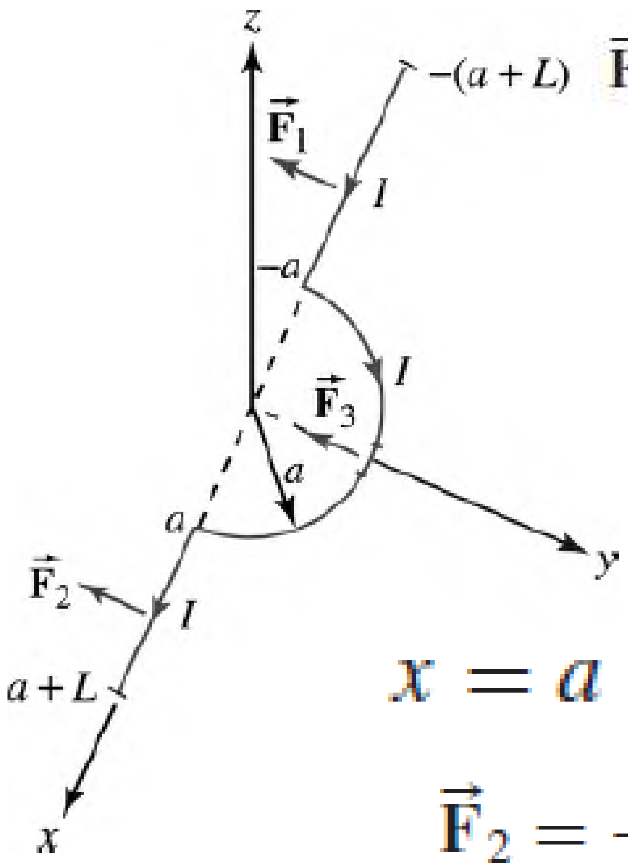


$$\vec{\mathbf{F}} = \int_c I\vec{d\ell} \times \vec{\mathbf{B}}$$

$x = -(a+L)$ den $x = -a$ ya

$$\vec{\mathbf{F}}_1 = \int_{-(a+L)}^{-a} IB(\vec{\mathbf{a}}_x \times \vec{\mathbf{a}}_z)\, dx$$

$$= -BIL\vec{\mathbf{a}}_y$$



$$\vec{F}_3 = \int_{\pi}^{0} IB(-\vec{a}_{\phi} \times \vec{a}_z)a\,d\phi = -\int_{\pi}^{0} \vec{a}_{\rho} BIa\,d\phi$$

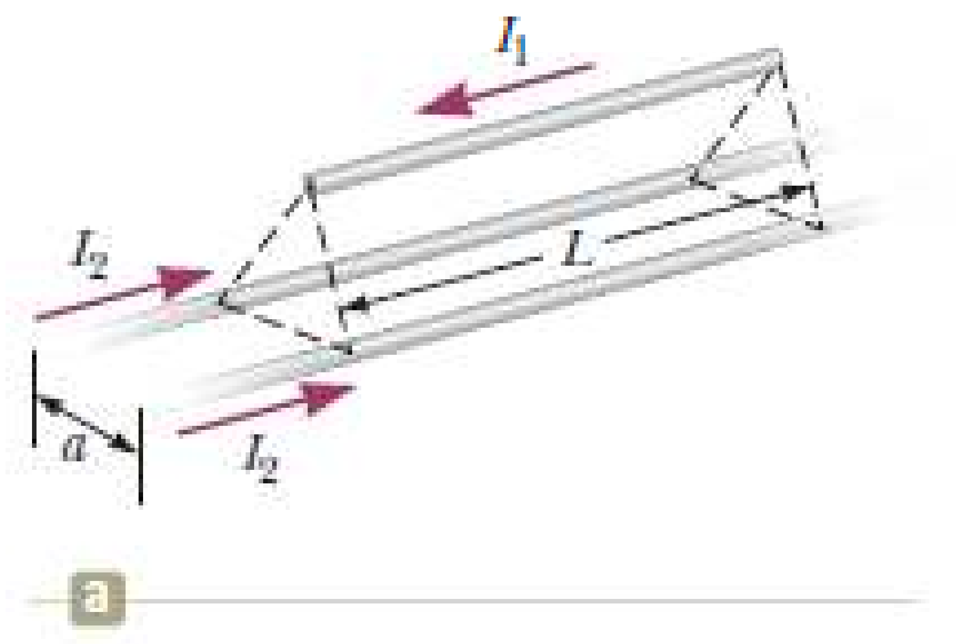
$$= BIa\int_{0}^{\pi} [\vec{a}_x \cos\phi + \vec{a}_y \sin\phi]\,d\phi = -2IBa\vec{a}_y$$

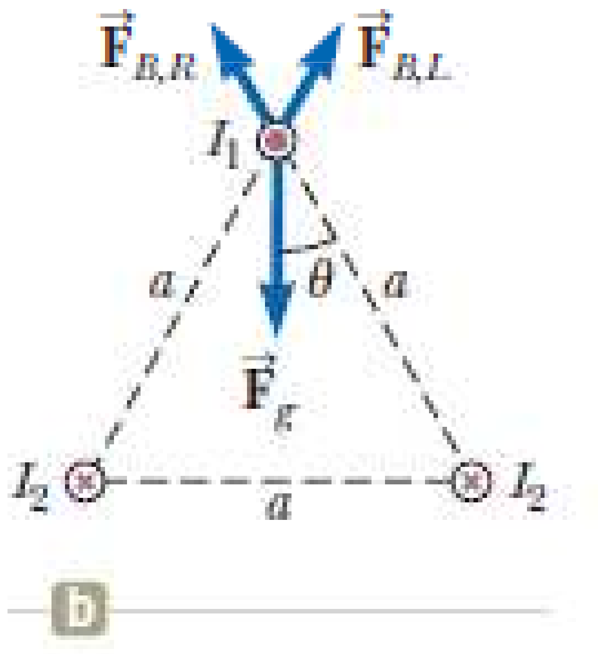
$x = a$ dan $x = a + L$ ye

$$\vec{F}_2 = -BIL\vec{a}_y$$

$$\vec{F} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 = -2IB(a+L)\vec{a}_y$$

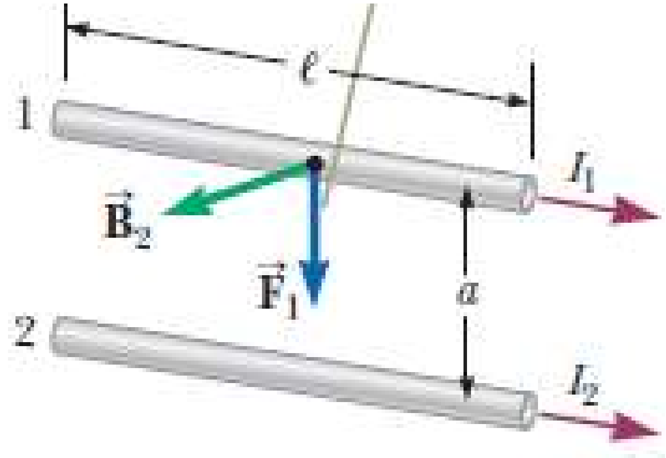
Örnek: Havada asılı duran tel: aralarında a = 1 cm mesafe bulunan sonsuz uzunlukta iki kablo yerde durmaktadır. 10 m uzunluğunda, 400 g kütleye sahip, I_1 = 100 A akım taşıyan üçüncü bir tel, yerdeki tellerin üzerinde havada asılı durmaktadır. Yereki kablolar aynı yönde I_2 akımı taşımaktadırlar. Ancak asılı duran teldeki akım zıt yöndedir. Şekildeki gibi tellerin eşkenar üçgen oluşturcak şekilde durabilmeleri için I_2 akımı ne olmalıdır?

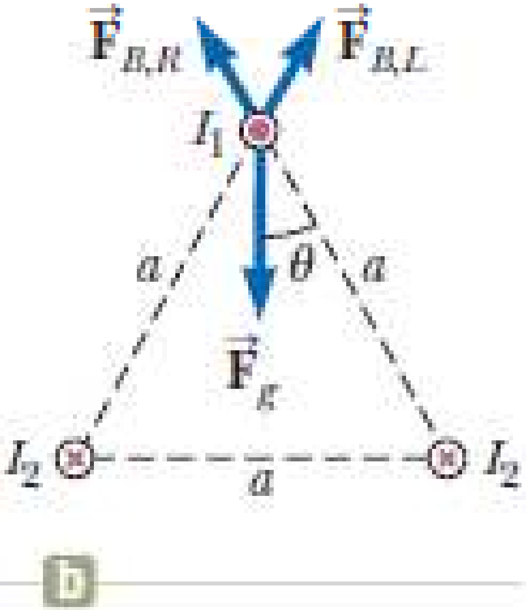




$$F_1 = I_1 \ell B_2 = I_1 \ell \left(\frac{\mu_0 I_2}{2\pi a} \right) = \frac{\mu_0 I_1 I_2}{2\pi a} \ell$$

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi a}$$





$$\vec{\mathbf{F}}_B = 2\left(\frac{\mu_0 I_1 I_2}{2\pi a} \ell \right) \cos\theta \, \hat{\mathbf{k}} = \frac{\mu_0 I_1 I_2}{\pi a} \ell \cos\theta \, \hat{\mathbf{k}}$$

$$\vec{\mathbf{F}}_g = -mg\hat{\mathbf{k}}$$

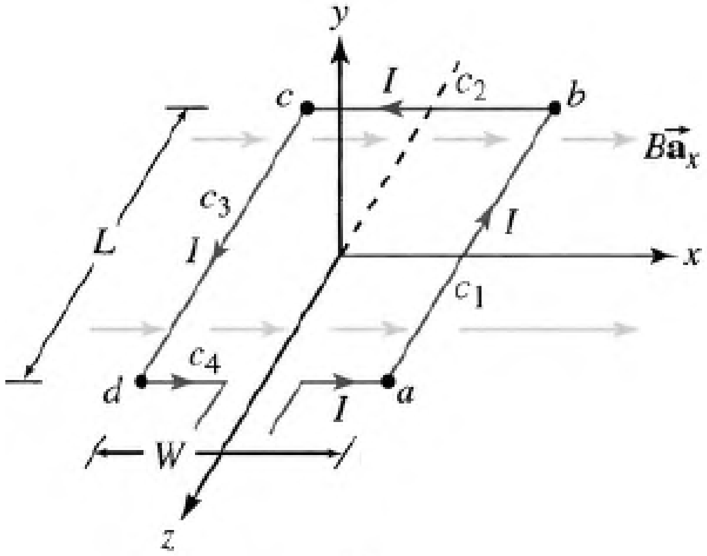
$$\sum \vec{\mathbf{F}} = \vec{\mathbf{F}}_B + \vec{\mathbf{F}}_g = \frac{\mu_0 I_1 I_2}{\pi a} \ell \cos\theta \, \hat{\mathbf{k}} - mg\hat{\mathbf{k}} = 0$$

$$I_2 = \frac{mg\pi a}{\mu_0 I_1 \ell \cos\theta}$$

$$I_2 = \frac{(0.400\text{ kg})(9.80\text{ m/s}^2)\pi(0.010\,0\text{ m})}{(4\pi \times 10^{-7}\text{ T}\cdot\text{m/A})(100\text{ A})(10.0\text{ m})\cos 30.0^\circ}$$

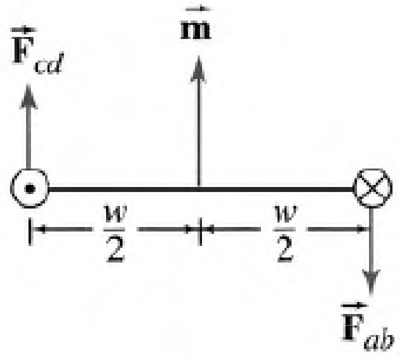
$$= \boxed{113\text{ A}}$$

Manyetik Tork

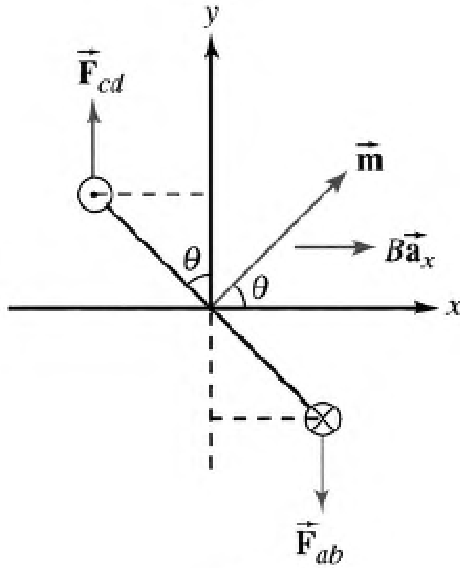


a)

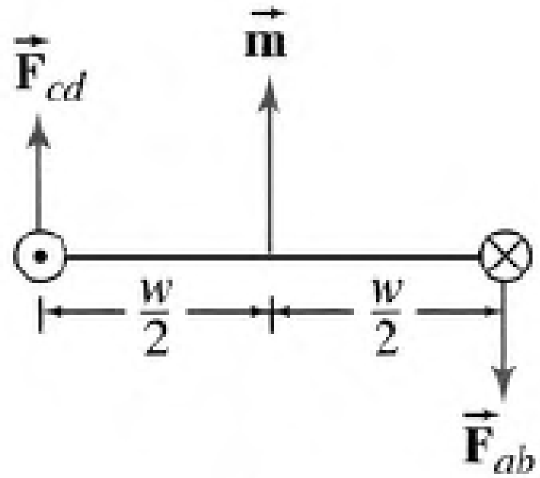
$$\vec{F}_{cd} = BIL\vec{a}_y$$



b)



$$\vec{F}_{ab} = -BIL\vec{a}_y$$



$$\vec{\mathbf{F}}_{cd} = BIL\vec{\mathbf{a}}_y$$

$$\vec{\mathbf{T}}_{cd} = -\frac{W}{2}\vec{\mathbf{a}}_x \times \vec{\mathbf{F}}_{cd} = -\frac{1}{2}BILW\vec{\mathbf{a}}_z$$

$$\vec{\mathbf{F}}_{ab} = -BIL\vec{\mathbf{a}}_y$$

$$\vec{\mathbf{T}}_{ab} = \frac{W}{2}\vec{\mathbf{a}}_x \times \vec{\mathbf{F}}_{ab} = -\frac{1}{2}BILW\vec{\mathbf{a}}_z$$

$$\vec{\mathbf{T}} = \vec{\mathbf{T}}_{ab} + \vec{\mathbf{T}}_{cd} = -BILW\vec{\mathbf{a}}_z$$

$$\vec{\mathbf{T}} = \vec{\mathbf{T}}_{ab} + \vec{\mathbf{T}}_{cd} = -BILW\vec{\mathbf{a}}_z$$

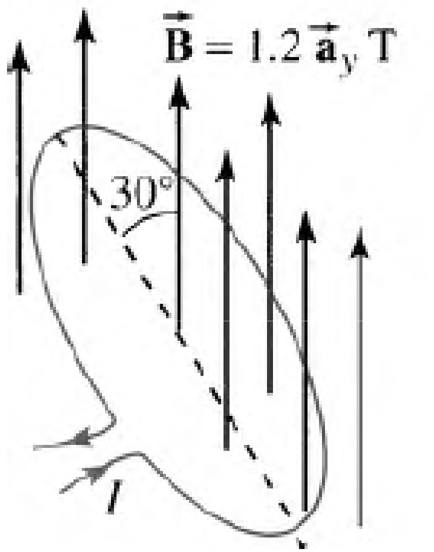
manyetik dipol moment cinsinden

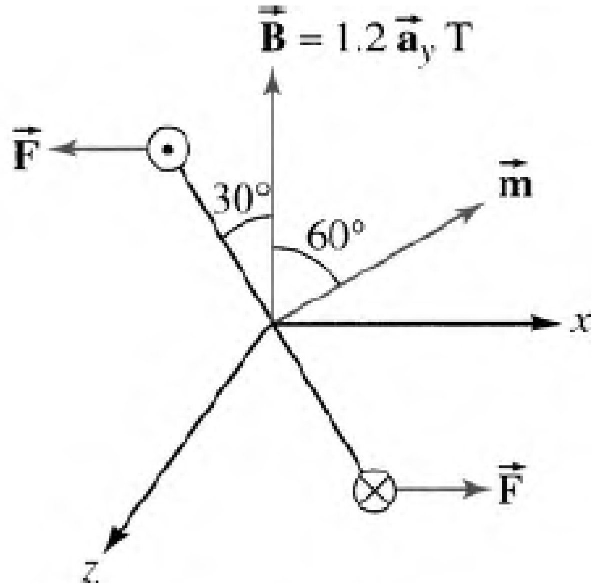
$$\vec{\mathbf{T}} = \vec{\mathbf{m}} \times \vec{\mathbf{B}}$$

$$\vec{\mathbf{m}} = ILW\vec{\mathbf{a}}_y = IA\vec{\mathbf{a}}_y$$

$$\vec{\mathbf{T}} = \vec{\mathbf{T}}_{ab} + \vec{\mathbf{T}}_{cd} = -BILW\sin\theta\,\vec{\mathbf{a}}_z = \vec{\mathbf{m}} \times \vec{\mathbf{B}}$$

Örnek: 200 sarımlı , 10 cm^2 lik alana sahip dairesel bobin, bobin yüzeyi 1,2 T lık manyetik alanla 30^0 lik açı yapacak şekilde durmaktadır. Bobindn 50 A lik akım geçerse, bobine etki edecek torku bulunuz.





$$m = NIA = 200 \times 50 \times 10 \times 10^{-4} = 10 \ \text{A m}^2$$

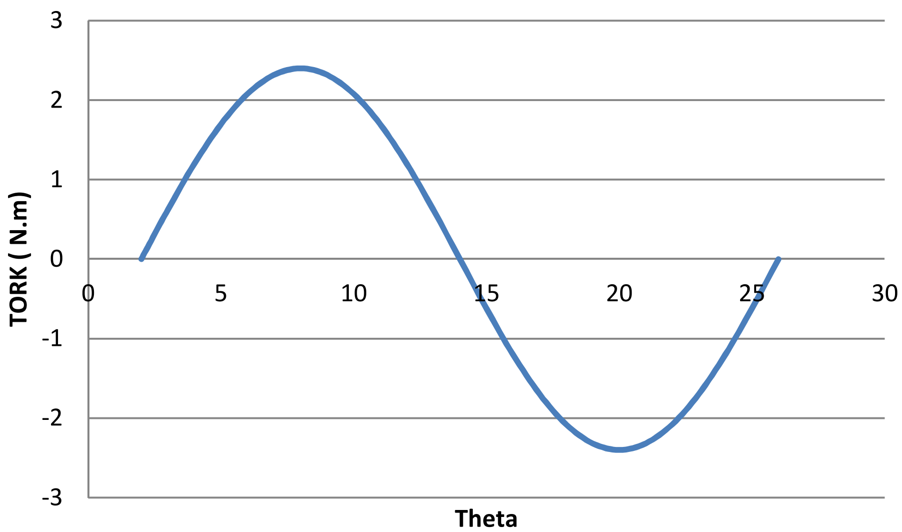
$$\vec{T} = \vec{m} \times \vec{B} = \vec{a}_z 10 \times 1.2 \sin 60^\circ = 10.39 \vec{a}_z \ \text{N} \cdot \text{m}$$

Örnek: 10 cm-20 cm boyutlarinda 10 sarimli bir bobin 0,8 T lık manyetik alana yerleştiriliyor. Bobin 15 A akım taşıdığına göre bobin üzerine etki eden torkun açıya göre grafiğini çiziniz.

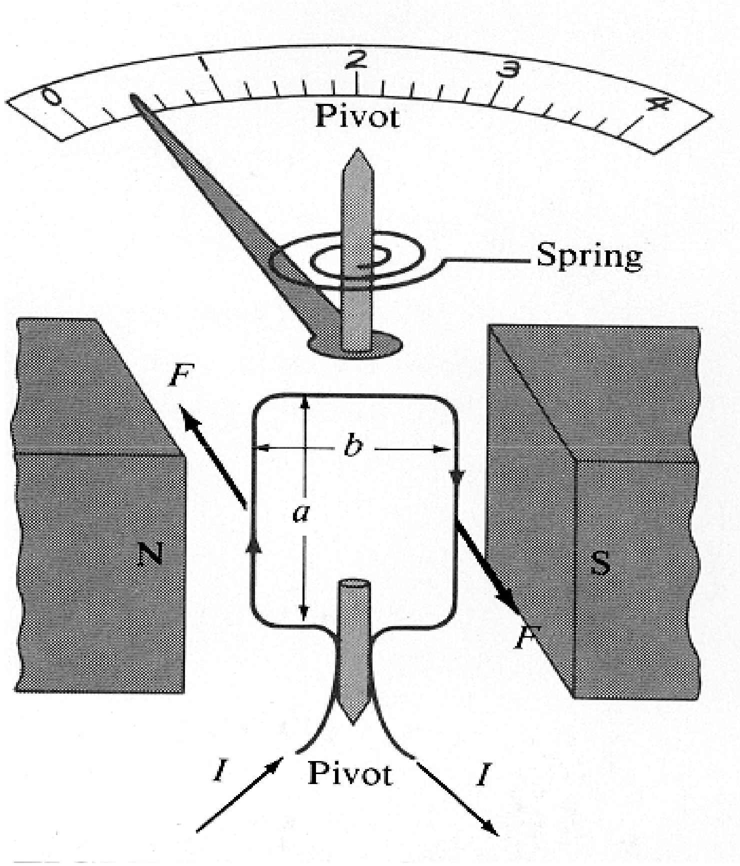
manyetik dipol
momentin büyüklüğü
$m = N\ I\ A = 10.15.10.20.10^{-4} = 3$

$$\vec{\mathbf{T}} = \vec{\mathbf{m}} \times \vec{\mathbf{B}}$$

$T = 3.\ 0{,}8.\ \sin\theta = 2{,}4 \sin\theta$



GALVANOMETRE



Şekildeki ilmekten geçen akım değişince akım ilmeğinin manyetik momenti değişir.

m = N I A

Bu da ilmek üzerine etki eden torkun değişmesine neden olur.

Akımın değişmesi durumunda ilmek üzerindeki tork değişir
ve ilmeğe bağlı ibrede sapmalar gözlenir.

MOTOR